

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pemahaman Konsep

Pemahaman konsep terdiri dari dua kata yaitu pemahaman dan konsep. Menurut Susanto (Mawaddah, 2016) pemahaman merupakan suatu proses yang terdiri atas kemampuan menjelaskan dan menginterpretasikan sesuatu, mampu memberikan gambaran, contoh, penjelasan yang lebih luas dan memadai, serta mampu memberikan gambaran dan penjelasan yang lebih kreatif. Konsep adalah sesuatu yang divisualisasikan dalam pikiran, pemikiran, ide, atau pemahaman.

Menurut definisi yang diberikan di atas, pemahaman konsep adalah kemampuan untuk mengenali kategori yang merupakan contoh dan bukan contoh dan untuk memahami nilai yang ada dalam objek atau kejadian matematika yang digunakan untuk mengelompokkan objek atau kejadian tersebut.

Indikator-indikator pemahaman konsep menurut (Sumarmo, 2014) yaitu,

1. Menyatakan ulang sebuah konsep;
2. Mengklasifikasi objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya);

3. Memberikan contoh dan non-contoh dari konsep;
4. Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis;
5. Mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep;
6. Menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu;
7. Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah.

Indikator kemampuan pemahaman konsep matematis menurut Kilpatrick et al., (Lestari dan Yudhanegara, 2015) sebagai berikut:

1. Menyatakan ulang konsep yang telah dipelajari,
2. Mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan konsep matematika,
3. Menerapkan konsep secara algoritma,
4. Memberikan contoh atau kontra contoh dari konsep yang dipelajari,
5. Menyajikan konsep dalam berbagai representasi,
6. Mengaitkan berbagai konsep matematika secara internal atau eksternal.

Dari pemaparan para ahli mengenai indikator-indikator pemahaman konsep tersebut, peneliti menggunakan indikator milik Sumarmo karena indikatornya sesuai dengan indikator kompetensi dasar



yang diterapkan di dalam media yang dikembangkan oleh peneliti. Dalam penelitian ini, peneliti mengambil indikator:

- 1) Memberikan contoh dan non-contoh dari konsep
- 2) Menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu
- 3) Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah

Indikator tersebut sesuai dengan indikator pembelajaran materi operasi hitung bilangan bulat yaitu :

Kompetensi Dasar :

- 3.2 Menjelaskan dan melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif
- 4.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian yang melibatkan bilangan bulat negatif dalam kehidupan sehari-hari

Indikator :

- 3.2.1 Menentukan hasil penjumlahan bilangan bulat
- 3.2.2 Menentukan hasil pengurangan bilangan bulat
- 3.2.3 Menentukan hasil perkalian bilangan bulat
- 3.2.4 Menentukan hasil pembagian bilangan bulat



- 4.2.1 Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari tentang salah satu operasi hitung penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian

Contoh Soal :

1. Memberikan contoh dan non-contoh dari konsep

Pertanyaan :

Periksalah pernyataan di bawah ini :

- i. Nina bergerak 5 langkah ke arah kiri dari titik 0. Setelah itu, bergerak mundur dan berakhir di titik 2. Jadi, Nina mundur sebanyak 7 langkah.
- ii. Bilangan a berada 3 langkah di sebelah kanan bilangan -8 . Bilangan pengganti a yang tepat adalah -11 .
 - a. Pernyataan di atas yang bernilai benar ditunjukkan oleh nomor ...
 - b. Jelaskan cara untuk mendapatkan jawaban yang benar!

Penyelesaian :

Pernyataan yang benar ditunjukkan nomor (i)

Karena ,Nina bergerak 5 langkah ke arah kiri dari titik 0 artinya -5

Bergerak mundur = operasi pengurangan ($-$)

Berakhir di titik 2 artinya hasil operasi tersebut adalah 2. Nina mundur sebanyak 7 langkah artinya $-(-7)$

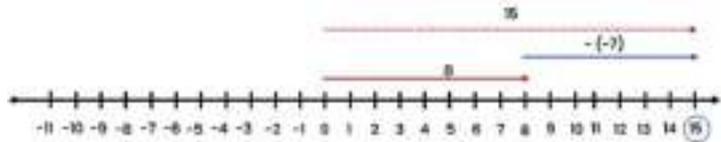
Jadi, $-5 - (-7) = -5 + 7 = 2$

2. Menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu

Pertanyaan :

Tentukan hasil dari $8 - (-7)$! (menggunakan garis bilangan)

Penyelesaian :



Jadi, $8 - (-7) = 15$

3. Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah

Pertanyaan :

Seorang atlet lompat indah melompat dari ketinggian 10 meter di atas kolam. Setelah melompat, atlet tersebut masuk ke dalam kolam sejauh 6 meter. Berapa jarak lompatan atlet lompat indah tersebut?

Penyelesaian :

Diketahui : ketinggian 10 meter di atas kolam; masuk ke dalam kolam sejauh 6 meter

Ditanya : Berapa jarak lompatan atlet indah?

Jawab :

Jarak lompatan = 10 meter + 6 meter = 16 meter

Jadi, jarak lompatan atlet lompat indah adalah 16 meter

2.2 Kesulitan Memahami Konsep Bilangan Bulat

Dalam proses pembelajaran terdapat masalah yang dialami siswa yaitu miskonsepsi pada sebuah materi dalam penelitian ini peneliti mengkaji miskonsepsi siswa pada



bilangan bulat. Ghaidasalma dkk (2018) menyatakan dalam penelitiannya siswa mengalami beberapa miskonsepsi yaitu, siswa tidak paham definisi bilangan bulat, siswa salah dalam membaca bilangan bulat, siswa kesulitan dalam mengurutkan bilangan bulat, menjumlahkan dan mengurangkan bilangan bulat menggunakan garis bilangan. Kesalahan dan kesulitan siswa dalam memahami materi dasar menjadi akar dari miskonsepsi tersebut. Penyebab terjadinya miskonsepsi yaitu karena pra konsepsi siswa. Sebelum siswa duduk di kelas IV siswa juga memiliki konsep yang mereka bangun terlebih dahulu. Konsep itu mereka peroleh dari orangtua, teman sebaya, sekolah sebelumnya, dan pengalaman siswa itu sendiri. Sebagai contoh, beberapa subjek beranggapan bilangan yang berbentuk bulat disebut dengan bilangan bulat. Miskonsepsi itu diperoleh dari pengalaman hidup siswa itu sendiri, yang setiap hari melihat dan mengamati bentuk “bulat” itu seperti bola, atau barang lainnya yang berbentuk bulat.

Siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal campuran/campuran antara bilangan bulat positif dan negatif dalam bentuk soal cerita. Kecuali soal cerita yang berisi soal yang diketahui, soal yang diajukan, dan soal yang dijawab, mereka sering memecahkan masalah dengan langsung mencari jawaban tanpa langkah. Siswa mengalami kesulitan dalam penjumlahan dan pengurangan bilangan



bulat, kemungkinan karena mereka belum memahami konsep bilangan bulat. Hal ini dapat diatasi dengan penggunaan alat bantu visual, penekanan konsep kontekstual dalam pembelajaran, dan fokus pada perkembangan siswa dengan menggunakan penilaian hasil akhir pembelajaran. (Mulyani dkk 2018).

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Nurjannah dkk, 2019 disimpulkan bahwa pada dasarnya kesulitan belajar yang dialami siswa adalah kurangnya pemahaman konsep operasi hitung pada bilangan bulat negatif. Karena kurangnya pemahaman konsep ini, subjek sulit mengabstraksi, menggeneralisasi dan menghafal konsep atau prinsip operasi hitung bilangan bulat. Untuk mengatasi kesulitan belajar siswa, guru hendaknya memperhatikan masalah pokok seperti ketidakmampuan siswa menerima konsep dengan benar, kesulitan memahami materi pembelajaran, kesulitan menerapkan prinsip dan kaidah, serta kurangnya pengetahuan dan keterampilan memecahkan masalah matematika.

2.3 Media Pembelajaran

Media dalam proses pembelajaran ialah perantara atau perantara antara sumber pesan dan penerima pesan yang merangsang pemikiran, emosi, perhatian dan kemauan, menjadikan mereka termotivasi untuk terlibat dalam pembelajaran. Proses pembelajaran juga pada dasarnya merupakan proses komunikasi, maka media yang



digunakan dalam pembelajaran disebut media pembelajaran. (Hamid, 2020:4). Batasan mengenai pengertian media dalam pembelajaran atau media yang digunakan dalam proses pembelajaran, diantaranya sebagai berikut:

1. Menurut *Association of Education Communication Technology (AECT)* memberikan pengertian media yaitu semua bentuk dan saluran yang digunakan untuk proses penyampaian pesan (Januszewski and Molenda, 2008).
2. Menurut *National Education Assocation (NEA)*, media adalah alat yang dapat digunakan untuk memanipulasi, mendengar, melihat, dan membaca bersama-sama dengan alat yang tepat digunakan dalam kegiatan belajar mengajar, dan dapat mempengaruhi seberapa baik program pendidikan bekerja.
3. Menurut Gagne and Briggs (1974) Media pembelajaran adalah alat yang dapat mendorong siswa untuk berpartisipasi dalam proses pembelajaran dengan mengkomunikasikan isi materi pembelajaran.
4. Menurut Heinich (1996) media berfungsi sebagai wahana untuk berkomunikasi. Heinich mengutip berbagai media sebagai contoh, termasuk film, acara TV, skema, materi cetak, komputer, dan guru..



5. Sementara menurut Daryanto (2010), Segala sesuatu yang dapat dimanfaatkan untuk mengungkapkan atau menyalurkan pesan pembelajaran sehingga dapat menggugah minat, perhatian, gagasan, dan perasaan siswa dalam kegiatan pembelajaran dianggap sebagai media pembelajaran, termasuk orang, benda, dan lingkungan fisik.

Dari berbagai sudut pandang mengenai pengertian media pembelajaran dapat ditarik kesimpulan bahwa media pembelajaran adalah segala sesuatu yang dapat menyampaikan pesan melalui berbagai saluran, dapat menggugah minat siswa dan mendorong berkembangnya suatu proses pembelajaran untuk memberikan pengetahuan baru kepada mereka dalam agar berhasil mencapai tujuan pembelajaran. (Ramadhani, 2020 :5). Hal ini sejalan dengan pendapat Haryoko (2012) Secara umum, media pembelajaran adalah alat, metode, dan taktik yang digunakan untuk meningkatkan kontak dan interaksi antara pengajar dan siswa dalam rangka meningkatkan efektivitas belajar dan mengajar. Oleh karena itu, media pendidikan merupakan komponen penting dalam proses pembelajaran dan salah satu unsur yang harus dikuasai oleh setiap guru dalam rangka menjalankan tugas profesionalnya. Disiplin ini telah berkembang sebagai hasil dari perkembangan ilmu pengetahuan, teknologi, dan pandangan masyarakat.



Akibatnya, telah ditafsirkan lebih luas dan melayani tujuan yang lebih luas, sehingga sangat penting untuk pendidikan.

Kegunaan dari media pembelajaran menurut Daryanto (2010) yaitu, sebagai berikut:

- 1) Memperjelas pesan dan informasi dalam materi pembelajaran agar tidak terlalu verbalistik sehingga dapat diterima dengan baik oleh siswa serta membuat pembelajaran menjadi terstandar dan terstruktur.
- 2) Memecahkan permasalahan ruang, waktu, tenaga dan kemampuan indra manusia yang terbatas, sehingga nantinya pembelajaran bisa dilakukan dimana saja, dengan waktu yang singkat, dan tenaga yang tidak terlalu banyak.
- 3) Memunculkan motivasi belajar, karena pembelajarannya menarik dan siswa juga dapat berinteraksi secara langsung dengan sumber belajar (interaktif).
- 4) Mendorong siswa untuk belajar secara mandiri sesuai dengan gaya belajar yang dimiliki yaitu visual, auditori atau kinestetik.
- 5) Membentuk pengalaman dan persepsi yang sama terhadap siswa.
- 6) Meningkatkan kualitas pembelajaran, karena lima komponen komunikasi pembelajaran telah terpenuhi yaitu guru sebagai komunikator, bahan pembelajaran,



media pembelajaran, siswa sebagai komunikan, dan tujuan pembelajaran.

Daryanto (2010) dalam bukunya juga menjelaskan jenis-jenis media pembelajaran, salah satu diantaranya adalah media pembelajaran interaktif. Pada penelitian ini media pembelajaran yang akan digunakan adalah media pembelajaran interaktif karena sesuai dengan K13 yang mengharuskan siswa lebih aktif dalam pembelajaran.

2.4 Media Pembelajaran Interaktif

Pengertian media pembelajaran interaktif adalah program pembelajaran yang menggunakan berbagai media antara lain teks, gambar, grafik, suara, video, animasi, dan simulasi secara terpadu dan sinergis dengan penggunaan perangkat komputer atau sejenisnya untuk mencapai tujuan pembelajaran tertentu. Pengguna dapat terlibat dalam partisipasi aktif dalam program. Dalam media pembelajaran interaktif, media, pembelajaran, dan interaktif adalah tiga komponen utama atau kata kunci. (Surjono, 2017 : 41).

Media pembelajaran interaktif adalah suatu media yang bisa digunakan oleh siswa sendiri, sehingga siswa bisa melakukan apapun yang dikehendaki untuk proses selanjutnya pada media (Daryanto, 2010).

Fungsi dan keterampilan yang dimiliki media pembelajaran interaktif tidak dapat dipisahkan dari



kualitasnya. Akibatnya, umumnya harus memiliki karakteristik berikut. (Munir, 2013):

1. Memiliki banyak jenis media konvergen, untuk sebagai pencampuran komponen audio dan visual. Setidaknya dua jenis media ditampilkan dalam perangkat lunak atau aplikasi untuk memenuhi syarat sebagai alat pembelajaran interaktif..
2. Bersifat interaktif, reaksi pengguna atau siswa dapat diakomodasi. Kontrol pengguna untuk mengoperasikan media pembelajaran interaktif dan tanggapan (umpan balik) dari perangkat lunak adalah kegiatan untuk mengakomodasi reaksi ini.
3. Bersifat mandiri, Pastikan kontennya nyaman dan komprehensif sehingga pengguna dapat menggunakannya secara independen dari instruksi orang lain. Perangkat pembelajaran interaktif harus mandiri dalam praktiknya untuk memungkinkan pembelajaran yang lebih mandiri oleh siswa.

Format media pembelajaran dapat dikategorikan kedalam lima kelompok yaitu *tutorial*, *drill* dan *practise*, simulasi, percobaan atau eksperimen, *game* atau permainan. Dalam penelitian ini format yang digunakan adalah game atau permainan karena disesuaikan dengan pengguna media yaitu siswa kelas VI SD.



2.5 Aplikasi *Microsoft Office Powerpoint*

Microsoft Powerpoint adalah aplikasi *Microsoft Office* yang dapat digunakan untuk membuat presentasi media hanya dengan beberapa *slide*. Penggunaan *Powerpoint* membuat presentasi mengalir lebih mudah berkat banyak fitur yang berguna dan menarik. Selain itu, desain template akan membantu presentasi powerpoint terlihat profesional. *Powerpoint* merupakan aplikasi yang mudah digunakan dan dilengkapi dengan sejumlah fitur siap pakai untuk menyempurnakan tampilan presentasi, termasuk latar belakang, tata letak slide, efek teks, animasi objek, dan penambahan audio atau video. (Khotimah, 2019).

Powerpoint adalah sebuah program komputer untuk presentasi yang dikembangkan oleh *Microsoft* didalam paket aplikasi kantor, *Microsoft Office*, selain *Microsoft Word*, *Excel*, *Access* dan beberapa program lainnya. *Powerpoint* merupakan alat atau *software* yang mampu menampilkan program multimedia dengan menarik. *Powerpoint* dapat digunakan beberapa tipe penggunaan yang salah satunya adalah tipe *stand alone* (Sri Maya 2017 dalam Tiara, D.H & Hertami, R.D. 2020).

Menurut Puspita, dkk (2020), pada media *powerpoint* interaktif di dalamnya berisi gambar nyata dan video bersuara sehingga siswa dapat memahami materi yang terdapat di dalam pembelajaran.



2.6 Platform *Blooket*

Blooket atau dilafalkan dengan 'blu-kit' adalah salah satu platform yang digunakan untuk pembelajaran. *Blooket* dapat digunakan sebagai pembelajaran daring (Junkin, 2022:539 dalam Nugroho, 2022). Situs platform ini adalah <https://www.blooket.com/> dan siswa dapat mengakses laman <https://play.blooket.com/play> kemudian memasukkan kode permainan. Platform berbasis laman web ini dirancang oleh Ben Stewart dan hak ciptanya dipegang oleh Blooket LLC. Platform ini dapat diakses menggunakan gawai dan laptop, hanya saja untuk menjadi host, pengguna perlu menggunakan laptop karena kebutuhan tampil yang disajikan secara langsung.

Blooket digunakan sebagai bahan evaluasi seperti kuis dan pekerjaan rumah. Perbedaan mendasar dengan *Kahoot* dan *Quizziz*, platform lain yang juga dapat digunakan dalam kuis, Blooket membuat kuis menjadi lebih menarik karena kuis disajikan dengan permainan atau gim daring. Terdapat 14 gim, yaitu *Monster Brawl*, *Gold Quest*, *Crypto Hack*, *Fishing Frenzy*, *Deceptive Dinos*, *Blook Rush*, *Battle Royal*, *Tower Defense*, *Cafe*, *Factory*, *Racing*, *Crazy Kingdom*, *Tower of Doom*, dan *Classic*. Beberapa gim tersebut memiliki mode pekerjaan rumah dan langsung. Mode pekerjaan rumah memungkinkan siswa untuk mengerjakan di rumah.

Sementara itu, mode langsung memungkinkan siswa untuk mengerjakan dan bersaing dalam satu waktu dengan layar guru yang menampilkan peringkat, item yang digunakan, dan



peristiwa yang sedang terjadi di gim. Menurut Bratel, dkk. (2021) Blooket menyajikan dorongan kuat sebuah kompetisi yang memotivasi siswa dengan fitur kuis langsung.



Gambar 2. 1 Tampilan awal *blooket*

2.7 Desain Game Ratu Bilbul

1. Tampilan Awal

Frame awal pada media ini berupa slide awal yang berisi judul media pembelajaran.

2. Tampilan Menu

Pada *slide* menu terdiri 3 pilihan menu yaitu :

- 1) Belajar. Menu ini adalah menu materi. Ketika siswa memilih menu belajar, maka *slide* yang terbuka berisi materi operasi hitung bilangan bulat. Operasi hitung yang disajikan adalah penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan operasi hitung campuran. Dalam menu belajar ini ada contoh soal dan animasi penanaman konsep tentang operasi bilangan bulat tersebut.
- 2) Latihan. Menu ini berisi tentang latihan soal dan pembahasan terkait operasi hitung bilangan bulat.

3) Bermain. Menu ini adalah menu yang ketika di klik akan secara otomatis masuk ke *website blooket*. Didalam *website blooket* ini terdapat beberapa soal yang harus diselesaikan siswa dengan waktu yang telah ditentukan..

3. Tampilan Menu Belajar

Di dalam menu belajar ini siswa bisa memilih materi yang ingin di buka terlebih dahulu. Materi yang disajikan adalah sebagai berikut:

1) Penjumlahan

Operasi hitung penjumlahan merupakan materi dasar terkait bilangan bulat. Dalam *slide* ini terdiri dari materi penjumlahan menggunakan kancing dan jika penjumlahan menggunakan garis bilangan. Untuk setiap cara yang diterapkan terdapat contoh soalnya.

2) Pengurangan

Operasi hitung yang berikutnya adalah pengurangan bilangan bulat. Dalam *slide* ini terdiri dari materi penjumlahan menggunakan kancing dan jika penjumlahan menggunakan garis bilangan. Untuk setiap cara yang diterapkan terdapat contoh soalnya.

3) Perkalian



Operasi hitung perkalian yang disajikan disini berupa materi dan juga contoh soal.

4) Pembagian

Slide pembagian ini terdiri dari materi dan juga contoh soal.

4. Tampilan menu Latihan

Slide menu latihan ini berisi soal latihan serta pembahasannya. Siswa diminta memilih jawaban yang benar. Ketika siswa memilih jawaban yang salah maka siswa bisa memilih panel pembahasan yang berisi cara dan juga jawaban yang benar.

5. Tampilan menu Bermain

Menu bermain ini akan otomatis masuk ke dalam *website blooket*. Langkah awal yang harus dilakukan siswa ketika sudah masuk halaman *blooket* adalah memasukkan nama. Kemudian siswa menunggu *host(guru)* memulai permainan. *Website blooket* ini berisi soal-soal operasi hitung bilangan bulat berupa pilihan ganda dan juga isian singkat.

2.8 Operasi Hitung Bilangan Bulat

Himpunan bilangan bulat adalah himpunan

$$I = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

Bilangan $1, 2, 3, \dots$ dinamakan bilangan bulat positif dan bilangan $-1, -2, -3, \dots$ dinamakan bilangan



bulat negatif. Nol bukanlah bilangan bulat positif atau negatif.

Dalam buku *Senang Belajar Matematika SD/MI Kelas VI Semester Satu* (Kemendikbud, 2018) Bilangan bulat merupakan bilangan yang terdiri atas bilangan asli, nol, dan lawannya. Bilangan asli dimulai dari 1, 2, 3, 4, 5, ..., dst seluruh bilangan asli merupakan bagian dari bilangan bulat. Lawan dari bilangan asli merupakan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat negatif dimulai dari $-1, -2, -3, -4, -5, \dots$, dst. Berikut contoh penggunaan bilangan bulat negatif dalam kehidupan sehari – hari.

Bilangan bulat negatif digunakan untuk menyatakan suhu udara dibawah 0° .

Contoh :

Suhu udara dipuncak pegunungan 5°C dibawah 0° . Suhu udara dipuncak pegunungan tersebut dapat ditulis -5°C .

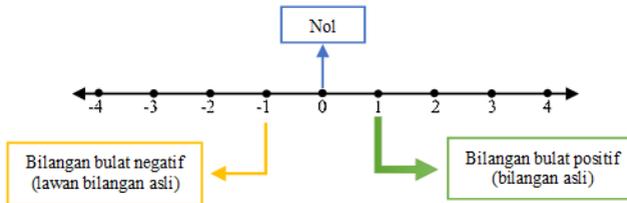
Bilangan bulat negatif digunakan untuk menyatakan kedalaman suatu tempat dibawah permukaan laut.

Contoh :

Terumbu karang yang indah ditemukan kedalaman 20 m dibawah permukaan laut. Dapat ditulis -20 m.

Untuk memudahkan pembelajaran, bilangan bulat dapat kita gambarkan pada garis bilangan sebagai berikut:





Gambar 2. 2 Pembagian bilangan bulat pada garis bilangan

Dalam satu garis bilangan tersebut bilangan bulat negatif terletak disebalah kiri angka nol, sedangkan bilangan bulat positif atau bilangan asli terletak di sebelah kanan angka nol. semakin ke kanan nilainya semakin besar dan semakin ke kiri nilainya semakin kecil.

Untuk membaca bilangan bulat negatif diawali dengan kata “negatif” didepan bilangan dan ditulis dengan tanda (-).

Contoh :

- Bilangan -1 dibaca negatif 1
- Bilangan -5 dibaca negatif 5

Bilangan yang ada disebalah kanan 0 merupakan lawan dari bilangan yang ada disebalah kiri 0, jika jarak kedua bilangan dari titik nol sama.

Contoh

- Lawan bilangan dari 1 adalah -1
- Lawan bilangan dari -5 adalah 5

Berikut definisi operasi hitung bilangan bulat menurut (Musser, 2011):

1. Penjumlahan Bilangan Bulat

a. Definisi

Misalkan a dan b adalah sembarang bilangan bulat.

- 1) Penjumlahan nol: $a + 0 = 0 + a = a$
- 2) Penjumlahan dua bilangan bulat positif: Jika a dan b positif, keduanya dijumlahkan sebagai bilangan cacah.
- 3) Penjumlahan dua bilangan bulat negatif: Jika a dan b positif (maka $-a$ dan $-b$ negatif), sehingga $(-a) + (-b) = -(a + b)$, di mana $a + b$ adalah jumlah bilangan cacah dari a dan b .
- 4) Penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif:
 - a) Jika a dan b adalah bilangan bulat positif dan $a \geq b$, maka $a + (-b) = a - b$, dimana $a - b$ adalah selisih bilangan cacah dari a dan b .
 - b) Jika a dan b adalah bilangan bulat positif dan $a < b$, maka $a + (-b) = -(b - a)$, dimana $b - a$ adalah selisih bilangan cacah dari a dan b .

Penerapan definisi penjumlahan bilangan bulat dalam soal

- a. $3 + 0$
- b. $3 + 4$
- c. $(-3) + (-4)$



- d. $7 + (-3)$
- e. $3 + (-7)$
- f. $5 + (-5)$

Solusi

- a. Penjumlahan nol: $3 + 0 = 3$
- b. Penjumlahan dua bilangan bulat positif: $3 + 4 = 7$
- c. Penjumlahan dua bilangan bulat negatif: $(-3) + (-4) = -(3 + 4) = -7$
- d. Penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif: $7 + (-3) = 7 - 3 = 4$
- e. Penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif: $3 + (-7) = -(7 - 3) = -4$
- f. Penjumlahan bilangan dan lawan dari bilangan tersebut: $5 + (-5) = 0$

Misalkan a , b , dan c adalah sembarang bilangan bulat.

1. *Penjumlahan bilangan bulat bersifat tertutup*
 $a + b$ adalah bilangan bulat
2. *Penjumlahan bilangan bulat bersifat komutatif*
$$a + b = b + a$$
3. *Penjumlahan bilangan bulat bersifat komutatif*
$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
4. Sifat identitas
0 adalah bilangan bulat yang unik sehingga $a + 0 = a = 0 + a$ untuk semua a



5. Sifat invers

Untuk setiap bilangan bulat a terdapat bilangan bulat unik, ditulis $-a$, sehingga $a + (-a) = 0$. Bilangan bulat $-a$ disebut **invers penjumlahan** dari a .

Contoh penerapan dalam pembelajaran

Penjumlahan bilangan bulat dengan garis bilangan berarti melakukan penjumlahan dua bilangan bulat menggunakan garis bilangan. Garis bilangan yang dimaksud adalah seperti berikut :

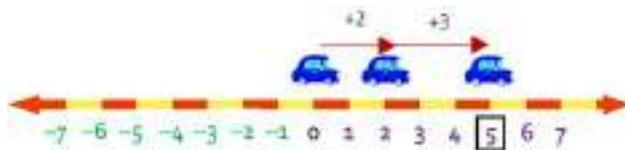
Penjumlahan dengan garis bilangan dapat digambarkan dengan ilustrasi mobil yang bergerak.

Aturannya:

- Mobil di titik 0 menghadap arah positif
- Untuk bilangan positif, mobil maju
- Untuk bilangan negatif, mobil mundur
- Hasil akhir adalah titik akhir mobil

Contoh:

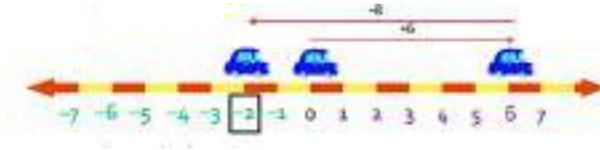
1. $2 + 3 = \dots$



Gambar 2.3 Operasi penjumlahan 1

Jadi, $2 + 3 = 5$

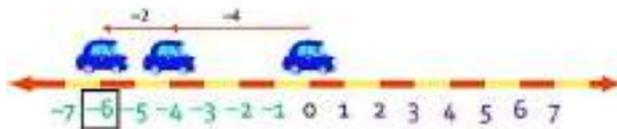
2. $6 + (-8) = \dots$



Gambar 2. 4 Operasi penjumlahan 2

Jadi, $6 + (-8) = -2$

2. $-4 + (-2) = \dots$



Gambar 2. 5 Operasi penjumlahan 3

Jadi $-4 + (-2) = -6$

2. Pengurangan Bilangan Bulat

a. Definisi Pengurangan

Pengurangan bilangan bulat dapat dilihat dalam beberapa cara. Salah satunya menggunakan pola.

Kolom pertama	$4 - 2$	$= 2$	
Tetap 4	$4 - 1$	$= 3$	
kolom kedua	$4 - 0$	$= 4$	
Dikurangi 1	$4 - (-1)$	$= 5$	
setiap turun	$4 - (-2)$	$= 6$	

Gambar 2. 6 Operasi pengurangan

Pengurangan dalam bilangan bulat adalah penjumlahan dari lawan bilangan.

Misal a dan b sebarang bilangan bulat. Maka

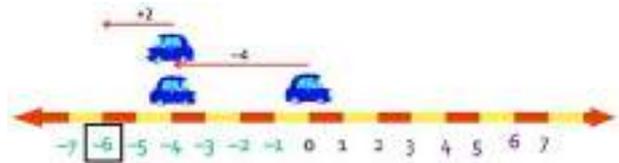
$$a - b = a + (-b)$$

b. Penerapan dalam Pembelajaran

Pengurangan bilangan bulat juga dapat dilakukan dengan menggunakan garis bilangan dengan ilustrasi mobil yang bergerak. Khusus untuk pengurangan, mobil balik arah.

Contoh:

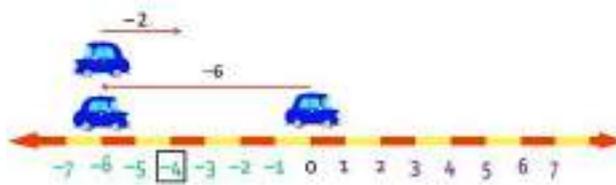
1. $-4 - 2 = \dots$



Gambar 2.7 Operasi pengurangan 1

Keterangan:

- Posisi mobil di titik 0 menghadap arah positif
 - -4 berarti mobil mundur 4 langkah
 - Pengurangan artinya mobil balik arah
 - Bilangan pengurang positif 2, berarti mobil maju 2 langkah.
 - Posisi akhir mobil di -6
2. $-6 - (-2) = \dots$



Gambar 2. 8 Operasi pengurangan 2

Jadi, $-6 - (-2) = -4$

3. Perkalian bilangan bulat

a. Definisi perkalian sendiri adalah :

Misalkan a dan b adalah sembarang bilangan bulat.

1. Perkalian dengan 0: $a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$.
2. Perkalian dua bilangan positif: Jika a dan b positif, keduanya dikalikan sebagai bilangan cacah.
3. Perkalian bilangan bulat positif dan negatif: Jika a positif dan b positif (jadi $-b$ adalah bilangan negatif), maka

$$a \cdot (-b) = -(ab)$$

di mana ab adalah perkalian bilangan cacah dari a dan b . Artinya, perkalian bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif adalah negatif.

4. Perkalian dua bilangan negatif: Jika a dan b positif, maka

$$(-a) \cdot (-b) = ab,$$



dimana ab adalah perkalian bilangan cacah dari a dan b . Artinya, perkalian dari dua bilangan bulat negatif adalah positif

Contoh : $3 \times 4 = 12$

1. $a \times (-b) = -(ab)$

Hasil perkalian bilangan positif dan negatif adalah bilangan negatif.

Contoh: $3 \times (-4) = -12$

2. $-a \times (-b) = ab$

Hasil perkalian dua bilangan negatif adalah bilangan positif.

Contoh: $-2 \times (-5) = 10$

Berdasarkan contoh diatas dapat disimpulkan sebagai berikut:

Hasil perkalian dua bilangan bulat bertanda sama adalah bilangan positif.

- Bilangan positif dikali bilangan positif sama dengan bilangan positif.
- Bilangan negatif dikali bilangan negatif sama dengan positif.

Hasil perkalian dua bilangan bulat berbeda tanda adalah bilangan negatif.

- Bilangan positif dikali bilangan negatif sama dengan bilangan negatif.



- Bilangan negatif dikali bilangan positif sama dengan negatif.

b. Perkalian menggunakan garis bilangan

Secara umum, untuk a elemen bilangan positif dan b elemen bilangan bulat, $a \times b$ diartikan menjumlahkan b sebanyak a kali.

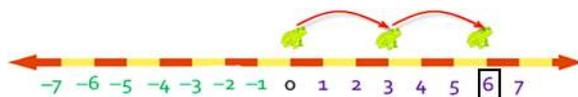
Perkalian adalah penjumlahan berulang, perkalian dengan garis bilangan dapat digambarkan dengan ilustrasi yang bergerak (Risnayati, 2021).

Jika ada $a \times b =$

- Jika b positif, maka arah ke kanan
- Jika b negatif, maka arah ke kiri
- Jika a positif, maka jalan maju
- Jika a negatif, maka jalan mundur
- Bilangan a menunjukkan banyaknya lompatan katak
- Bilangan b menunjukkan, panjang lompatan katak

Contoh soal :

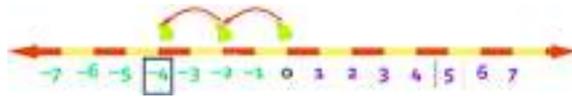
1. $2 \times 3 = \dots$



Gambar 2. 9 Operasi perkalian 1

Jadi, hasil dari $2 \times 3 = 6$

$$2. \quad 2 \times (-2) = \dots$$



Gambar 2. 10 Operasi perkalian 2

Jadi, hasil dari $2 \times (-2) = -4$

4. Pembagian bilangan bulat

a. Definisi

Untuk memecahkan soal $6 \div 3$ dalam bilangan harus mencari bilangan cacah c , dimana $6 = 3 \cdot c$. Pembagian bilangan bulat dapat dipandang sebagai perpanjangan dari pembagian bilangan bulat menggunakan pendekatan faktor hilang.

Misalkan a dan b sebarang bilangan bulat, dimana $b \neq 0$. Maka $a \div b = c$ jika dan hanya jika $a = b \cdot c$ untuk bilangan bulat unik c .

Asumsikan bahwa b membagi a ; yaitu, bahwa b adalah faktor dari a .

1. Pembagian dengan 1: $a : 1 = a$.
2. Pembagian dua positif (negatif): Jika a dan b keduanya positif (atau keduanya negatif), maka $a : b$ hasilnya positif.
3. Pembagian positif dan negatif: Jika salah satu a atau b positif dan yang lain negatif, maka $a : b$ hasilnya negatif.



4. Pembagian nol dengan bilangan bulat bukan nol: $0 : b = 0$, di mana $b \neq 0$, sehingga $0 \times b = 0$. Seperti bilangan bulat, pembagian dengan nol tidak terdefinisi untuk bilangan bulat.

Definisi lain tentang pembagian dijelaskan di dalam buku Matematika SMP Kelas 7 (Kemendikbud, 2018) dimana pembagian diartikan sebagai pengurangan berulang. Sebagai contoh, 12 dibagi 6 dapat diartikan pengurangan 6 terhadap 12 secara berulang hingga tidak bersisa. Dapat ditulis $12 - 6 - 6 = 0$. 6 mengurangi 12 berulang 2 kali dengan kata lain hasil dari 12 dibagi 6 sama dengan 2, ditulis $12 \div 6 = 2$.

Pada pembagian tersebut, 12 adalah bilangan yang dibagi, 6 adalah pembagi, sedangkan 2 adalah hasil bagi (.

b. Pembagian menggunakan garis bilangan

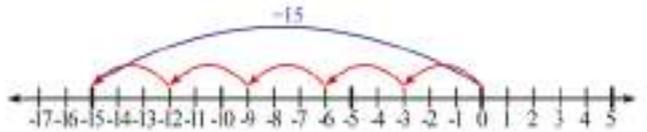
Contoh 1

Seekor Tupai mula-mula berdiri di titik 0. Tupai itu dapat melompat ke kiri atau ke kanan. Sekali melompat jauhnya 3 satuan. Tupai telah melompat ke kiri dan berada di titik 15 sebelah kiri nol. Berapa kali Tupai telah melompat?

Penyelesaian :



Tupai melompat ke arah kiri (ke arah kiri titik nol artinya daerah bilangan negatif). Gerakan Tupai dapat digambarkan pada garis bilangan berikut ini.



Gambar 2. 11 Operasi pembagian

Jarak yang ditempuh tupai untuk satu kali melompat adalah 3 satuan. Untuk menempuh sampai titik -15 (-15 artinya titik 15 di sebelah kiri nol), tupai harus melompat sebanyak 5 kali (ke kiri).

Contoh 2

Pembagian merupakan pengurangan berulang. Mendemonstrasikan langkah-langkah pembagian bilangan bulat negatif dengan peraga balok garis bilangan dan model katak mainan dengan konsep sebelumnya. Langkah-langkahnya menurut Tantowi dalam (Risnayati, 2021) adalah:

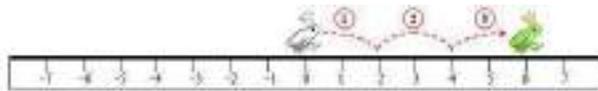
- 1) Letakkan posisi awal katak di titik nol.
- 2) Perhatikan bilangan pembagi, selain untuk menentukan jumlah loncatan setiap langkah katak. Bilangan pembagi juga digunakan untuk menentukan arah katak, jika bilangan pembagi positif katak menghadap ke kanan (positif), jika negatif katak mengarah ke kiri (negatif).



- 3) Perhatikan bilangan yang dibagi untuk menentukan bilangan yang akan dituju.
- 4) Hasil pembagian ditentukan dari jumlah langkah dari nol sampai ke bilangan yang dituju.
- 5) Tanda hasil bilangan ditentukan oleh gerak maju atau mundur katak, jika katak maju bernilai positif dan jika katak mundur bernilai negatif.

Contoh soal:

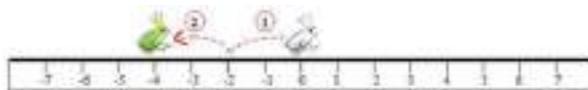
1. $6 : 2 = \dots$



Gambar 2. 12 Operasi Hitung Pembagian 1

Jadi, hasil dari $6 : 2$ adalah 3

2. $-4 : 2 = \dots$



Jadi, hasil dari $-4 : 2$ adalah (-2)

